بسم اللّه الرّحمن الرّحیم

تحلیل و طراحی سیستم های کنترل چندمتغیره

علی خاکی صدیق

گروه کنترل- مهر ۱۴۰۰

سیستم های کنترل چندمتغیره: طرح مساله

تحلیل و طراحی سیستم های کنترل کلاسیک

سیستم های چند ورودی-چند خروجی:
سیستم های کنترل چندمتغیره

دیدگاه داخلی ازسیستم: *تحلیل و طراحی فضای حالت*

عناصر غیرخطی در سیستم:
سیستم های کنترل غیر خطی

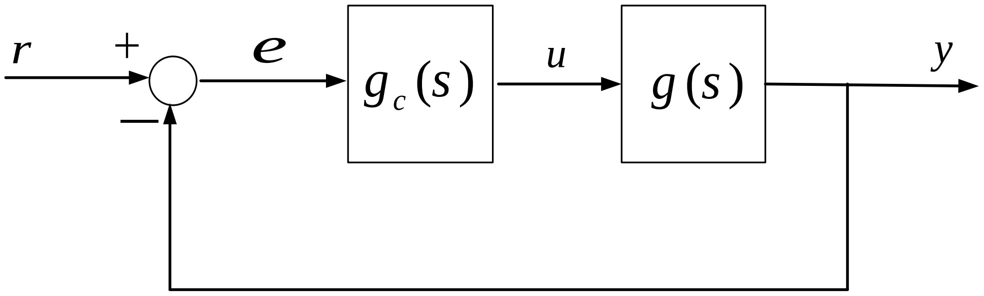
بهینگی در سیستم:
سیستم های کنترل بهینه

پارامترهای نامعین، متغیر با زمان و سیستم های نامعلوم:
کنترل مقاوم
کنترل تطبیقی
کنترل هوشمند

- **دو مساله کلیدی در سیستم های چند ورودی و چند خروجی:**
  - ✓ حلقه های متداخل کنترلی در سیستم : *مساله تداخل*
  - ✓ راهکارهای کنترلی

- مساله تداخل (The Interaction Problem)

The SISO Plant:



- A General Multivariable Plant

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \\ \vdots \\ y_l(s) \end{bmatrix}$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1m}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \cdots & g_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{l1}(s) & g_{l2}(s) & \cdots & g_{lm}(s) \end{bmatrix}$$

$$U(s) = \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \\ \vdots \\ u_m(s) \end{bmatrix}$$

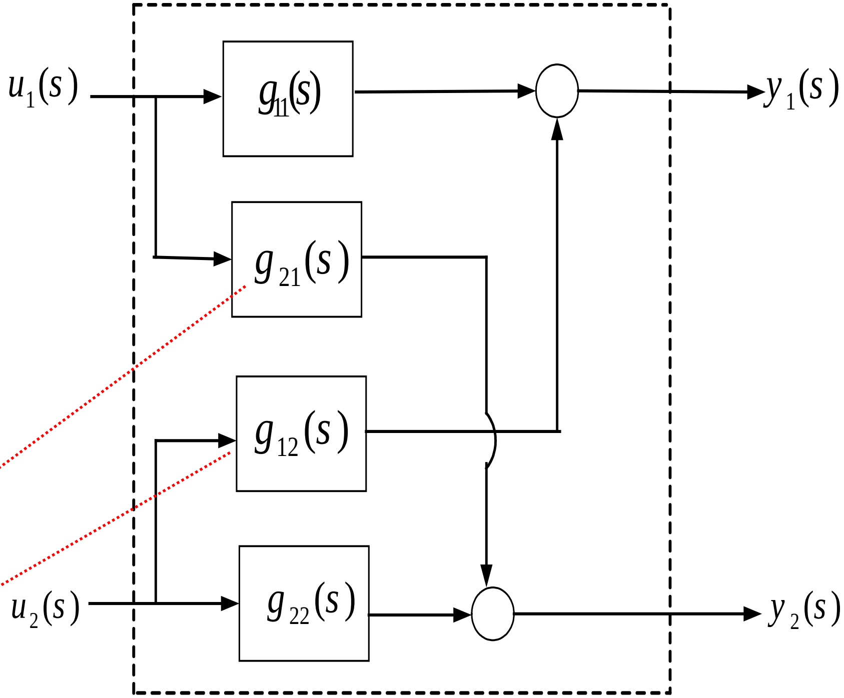
- Square and Nonsquare Multivariable Plants

- # Case Study: A Two-Input Two-Output Multivariable Plant

$$G(s)=\begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$y_1(s)=g_{11}(s)u_1(s)+g_{12}(s)u_2(s)$$
$$y_2(s)=g_{21}(s)u_1(s)+g_{22}(s)u_2(s)$$



Or in block diagram representation:

- INTERACTIONS

- Interactions Analysis: Design two SISO dynamical controllers to control the outputs.

$$u_1(s) = g_{c1}\left[r_1(s) - y_1(s)\right]$$

$$u_2(s) = g_{c2}\left[r_2(s) - y_2(s)\right]$$

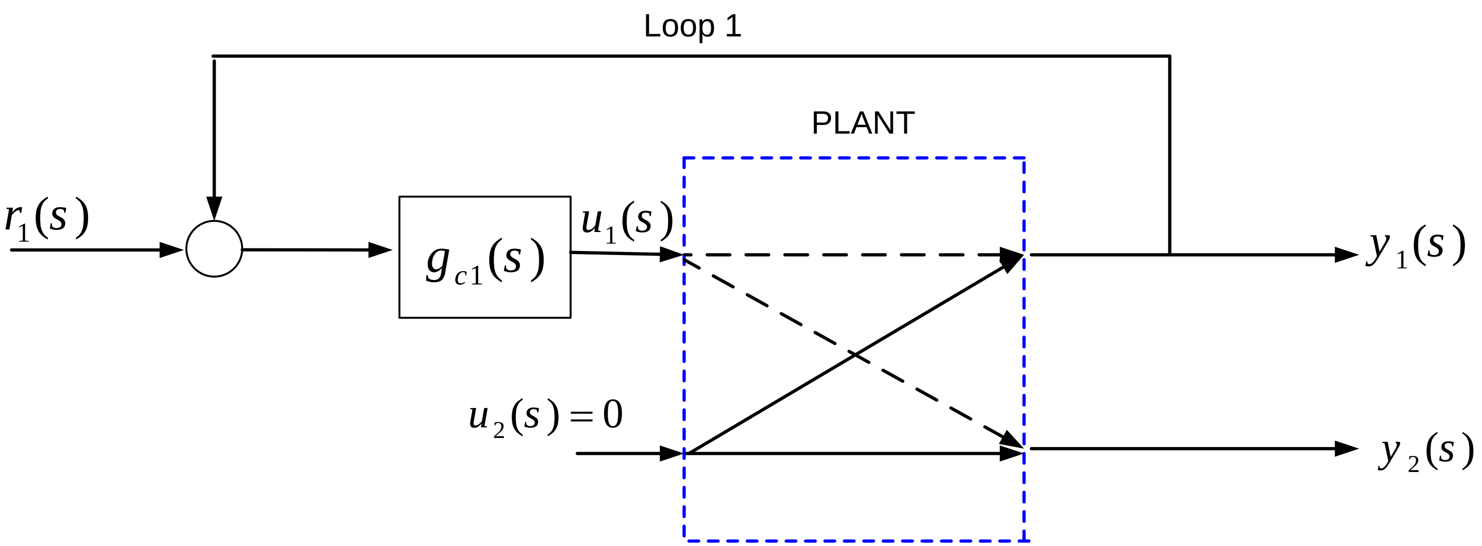
where $r_1(s), r_2(s)$ are the reference inputs or the set points.

$$\Downarrow$$

Consider the following two separate cases:

- One loop closed
- Both loops closed

- Only first loop closed: Second loop open and its input kept constant, i.e. zero



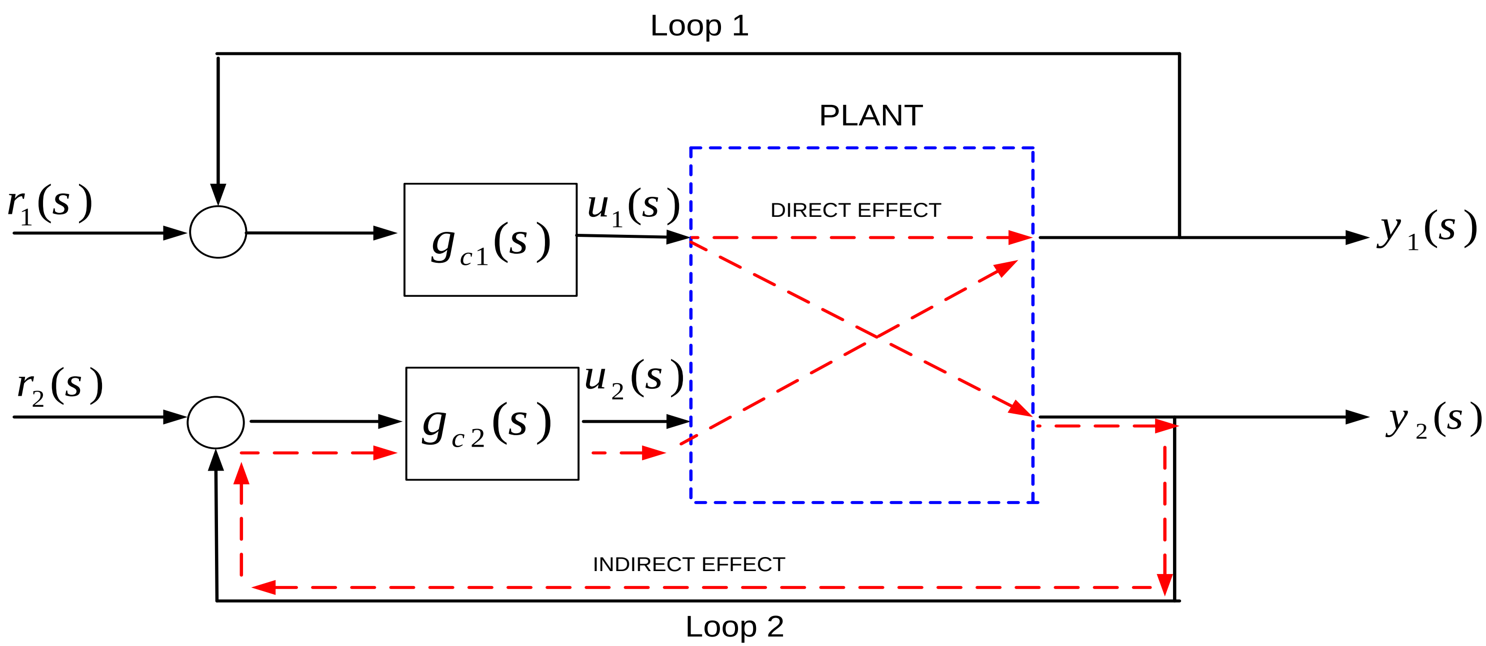
Then,

$$y_1(s) = \frac{g_{11}(s)g_{c1}(s)}{1 + g_{11}(s)g_{c1}(s)} r_1(s)$$

$$y_2(s) = \frac{g_{21}(s)g_{c1}(s)}{1 + g_{11}(s)g_{c1}(s)} r_1(s)$$

$\Rightarrow$ Any Change in the first set point will affect both the outputs under control (first output) and the output under no control (second output).

- Both loop closed:



Assume that the plant is under tight control. A change is made in the first set point. The following key observations are made:

- The Direct Effect: The first controller will get the first output to the desired set point.

- The Indirect Effect: The first controller will disturb the second output and the second controller attempts to reject its effects. But changes in the second controller effects the first loop performance. INTERACTION BETWEEN TWO CONTROL LOOPS!

$$y_1(s) = g_{11}(s)u_1(s) + g_{12}(s)u_2(s)$$
$$y_2(s) = g_{21}(s)u_1(s) + g_{22}(s)u_2(s)$$
and,

$$u_1(s) = g_{c1}\left[r_1(s) - y_1(s)\right]$$
$$u_2(s) = g_{c2}\left[r_2(s) - y_2(s)\right]$$

Gives,

$$\left(1 + g_{11}(s)g_{c1}(s)\right)y_1(s) + \left(g_{12}(s)g_{c2}(s)\right)y_2(s) = \left(g_{11}(s)g_{c1}(s)\right)r_1(s) + \left(g_{12}(s)g_{c2}(s)\right)r_2(s)$$
$$\left(g_{21}(s)g_{c1}(s)\right)y_1(s) + \left(1 + g_{22}(s)g_{c2}(s)\right)y_2(s) = \left(g_{21}(s)g_{c1}(s)\right)r_1(s) + \left(g_{22}(s)g_{c2}(s)\right)r_2(s)$$

And finally, the closed loop transfer function matrix is

$Y(s) = T(s)R(s)$, That is

$$y_1(s) = t_{11}(s) r_1(s) + t_{12}(s) r_2(s)$$

$$y_2(s) = t_{21}(s) r_1(s) + t_{22}(s) r_2(s)$$

Where,

$$t_{11}(s) = \frac{g_{11}(s) g_{c1}(s) + g_{c1}(s) g_{c2}(s)\left(g_{11}(s) g_{22}(s) - g_{12}(s) g_{21}(s)\right)}{q(s)}$$

$$t_{12}(s) = \frac{g_{12}(s) g_{c2}(s)}{q(s)}$$

$$t_{21}(s) = \frac{g_{21}(s) g_{c1}(s)}{q(s)}$$

$$t_{22}(s) = \frac{g_{22}(s) g_{c2}(s) + g_{c1}(s) g_{c2}(s)\left(g_{11}(s) g_{22}(s) - g_{12}(s) g_{21}(s)\right)}{q(s)}$$

$$q(s) = \left(1 + g_{11}(s) g_{c1}(s)\right)\left(1 + g_{22}(s) g_{c2}(s)\right) - g_{12}(s) g_{21}(s) g_{c1}(s) g_{c2}(s)$$

- Key observations:

No Interactions, i.e. $g_{12}(s) = g_{21}(s) = 0$, implies

$$y_1(s) = \frac{g_{11}(s)g_{c1}(s)}{1+g_{11}(s)g_{c1}(s)} r_1(s), \text{ and } y_2(s) = \frac{g_{22}(s)g_{c2}(s)}{1+g_{22}(s)g_{c2}(s)} r_2(s)$$

Closed Loop Stability Condition!

Closed Loop Stability of the Interacting Plant is Determined by $q(s) = 0$

Hence, separate loop tuning does not *ensure* the overall closed loop stability of the multivariable plant.

Tune the controllers to *ensure* the overall closed loop stability of the multivariable plant and the stability of the separate designs. Failure tolerant multivariable plants.

Interactions effect the closed loop stability and performance of the multivariable plant.

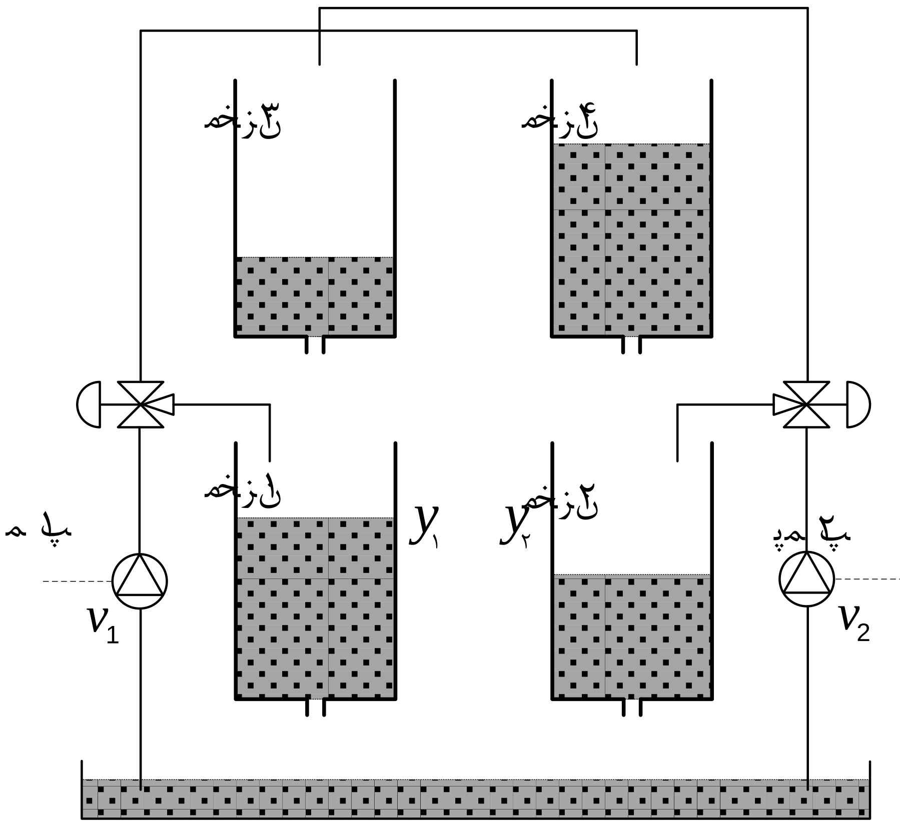
- Issues in the Analysis and Design of Multivariable Control Systems:
  - Multivariable system representation
  - Multivariable Poles and Zeros
  - Controllability and Observability
  - State space realizations
  - Multivariable system stability
  - Multivariable system robustness analysis
  - Control structure selection: Input-output selection and Input-output pairing
  - Control system design strategies:
    - Diagonal or Decentralized
    - Block Diagonal
    - Fully Centralized
  - Control design methodology

- Multivariable Design Methodologies:

  - State space methods
  - Multivariable root loci approach
  - Rosenbrock frequency response approach
  - Pole placement methods
  - Eigenstructure assignment
  - Multivariable PI(D) controllers
  - Multivariable system robustness analysis
  - The classical robust control methods
  - QFT
  - Soft computing approaches

• چند مثال عملی از سیستم های چندمتغیره

• فرآیند مخزن چهارگانه



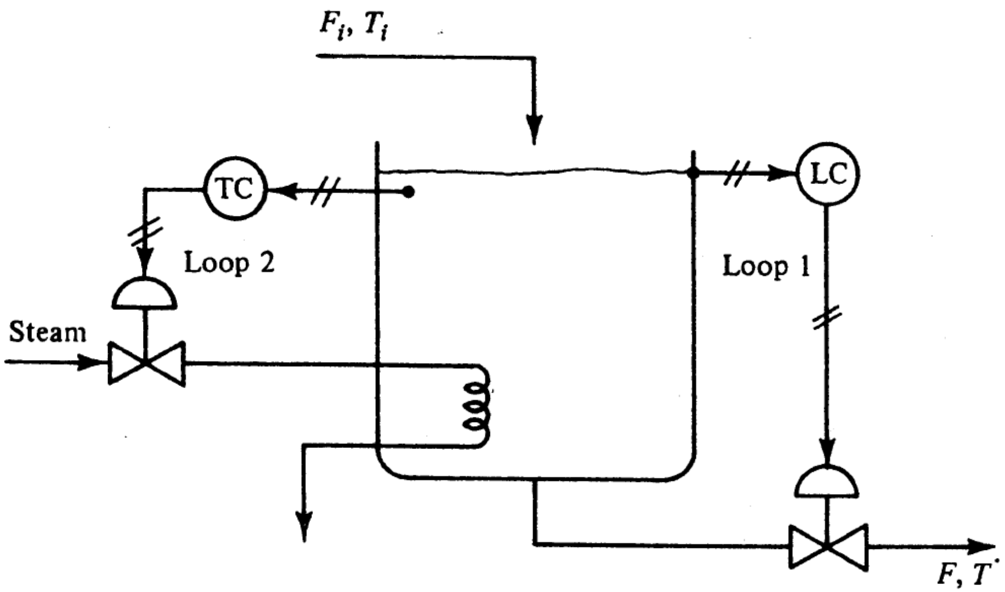
$$
\dot{\mathbf{x}}(t)=\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix}\mathbf{x}(t)+\begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix}\mathbf{u}(t)
$$

$$
\mathbf{y}(t)=\begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}(t)
$$

و یا به صورت ماتریس تابع تبدیل:

$$
\mathrm{G}(s)=\begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 c_1}{1+sT_1} & \frac{k_cT_1\left(1-\gamma_2\right)k_2}{A_1\left(1+sT_3\right)\left(1+sT_1\right)} \\ \frac{k_cT_2\left(1-\gamma_1\right)k_1}{A_2\left(1+sT_4\right)\left(1+sT_2\right)} & \frac{\gamma_2 c_2}{1+sT_2} \end{bmatrix}
$$

- An Example: The Stirred Tank Heater



- The Control Objectives:

  - Level Control (Loop 1)

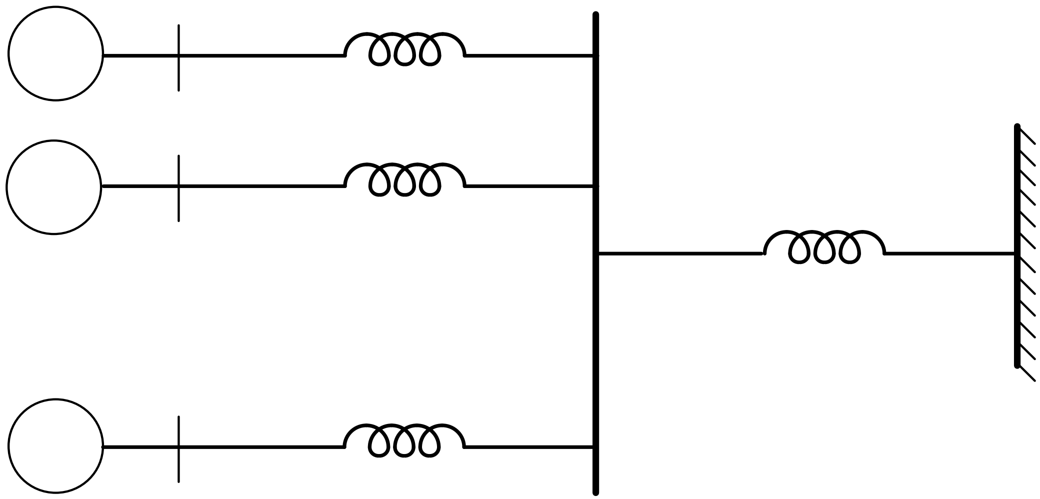
  - Temperature Control (Loop 2)

- Control actions: Effluent flow rate and Steam flow rate.
- Changes in liquid level: Loop 1 compensate for the regulation error, which disturbs the temperature. Loop 2 to compensate for disturbance.
- Changes in temperature: Loop 2 compensate for temperature tracking error. Loop 1 not effected.
- One way or single direction interaction.

- Transfer function matrix:

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & 0 \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix}$$

- **یک سیستم قدرت سه- ماشینه**



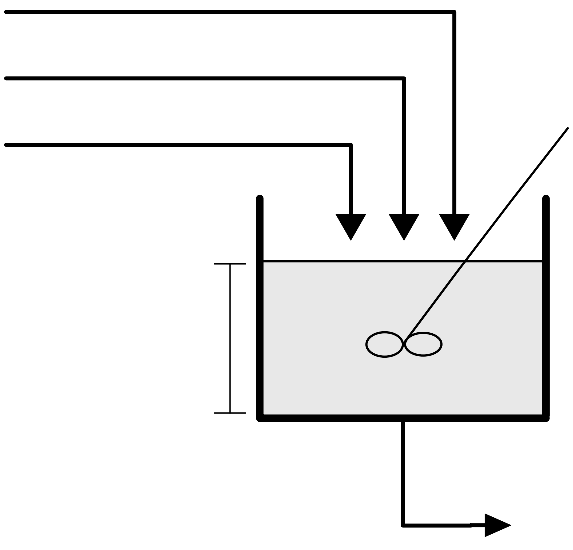
و مدل ماتریس تابع تبدیل:

$$G(s) = \frac{۱}{d(s)} \begin{bmatrix} n_{۱۱}(s) & n_{۱۲}(s) & n_{۱۳}(s) \\ n_{۲۱}(s) & n_{۲۲}(s) & n_{۲۳}(s) \\ n_{۳۱}(s) & n_{۳۲}(s) & n_{۳۳}(s) \end{bmatrix}$$

• سیستم کنترل فرآیند pH

- pHمعیاری برای سنجش میزان اسیدی یا بازی بودن محلول آبی است.
- فرآیندpH در بخش های مختلفی در صنعت کاربرد دارد: فرآیندهای شیمیایی از قبیل خنثی سازی پسآب، تخمیر، تولید صابون ها یا اسیدهای چرب و اکسیداسیون

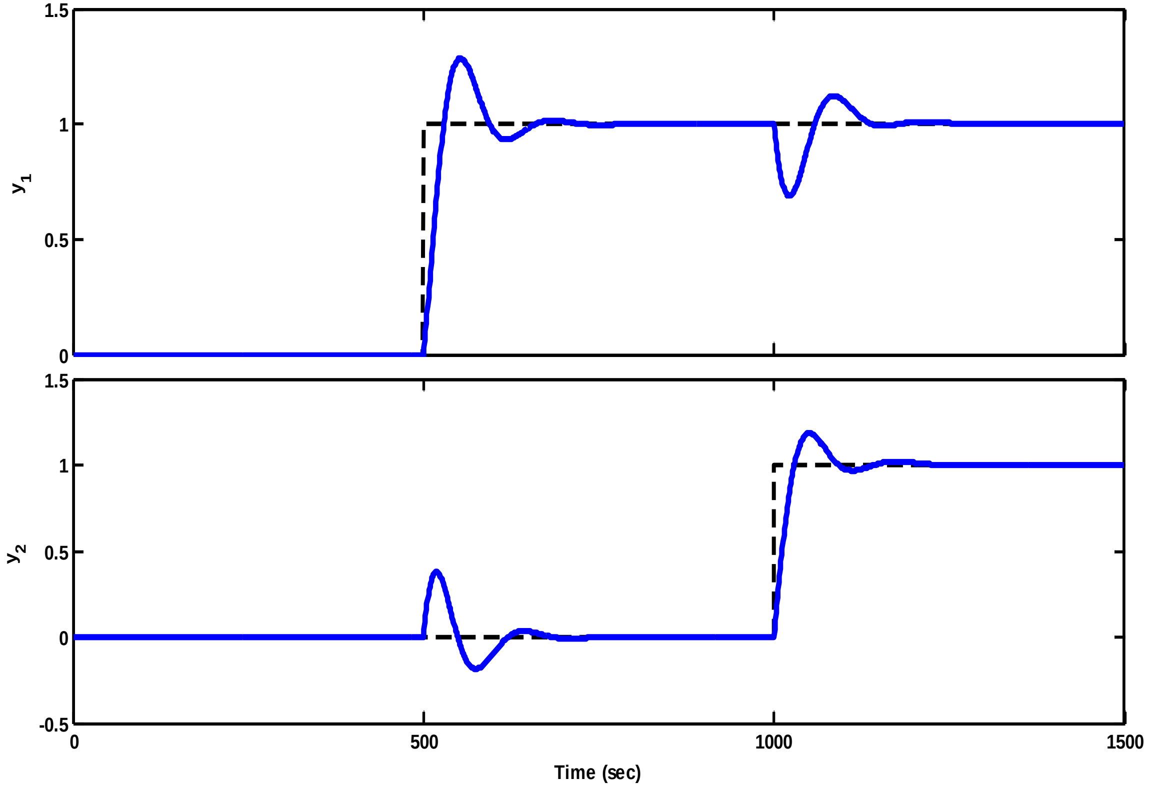
- شمای کلی فرآیندpH :



معادلات دینامیکی سیستم غیرخطی است که با خطی‌سازی حول نقطه کار pH=۸/۷، (سانتی‌متر)۱۶= ارتفاع و در حضور اغتشاش بافر با دبی ثابت ماتریس تابع تبدیل زیر را می دهد:

$$G(s)=\begin{bmatrix} \frac{-۲/۱۷}{۸۵s+۱} & \frac{۲/۱۳}{۸۵s+۱} \\ \frac{۱}{۱۷۵s+۱} & \frac{۱}{۱۷۵s+۱} \end{bmatrix}$$

- پاسخ های سیستم حلقه بسته با کنترل کننده های PI مجزادر حلقه های کنترل به صورت غیر متمرکز با تنظیم مناسب پارامترها:


1.5
1
0.5
0
y_1
1.5
1
0.5
0
-0.5
y_2
0
500
1000
1500
Time (sec)

فهرست مطالب

فصل۱: مقدمه

- مساله تداخل و مشکلات آن
- تحلیل و طراحی سیستم های کنترل چندمتغیره
- یک مطالعه موردی: نیازهای صنعت و پاسخ های مهندسی کنترل
- مثال های عملی از سیستم های چندمتغیره
- مراجع

فصل۲: نمایش سیستم‌های خطی چندمتغیره

- توصیف ماتریس سیستم
- مرتبه سیستم
- ماتریس سیستم رزنبراک
- توصیف کسر- ماتریسی و توصیف کسر- ماتریسی کاهش‌ناپذیر

فصل۳: قطب‌ها و صفرها در سیستم‌های چندمتغیره

- قطب‌های سیستم های چندمتغیره
- قطب‌های سیستم های چندمتغیره در فضای حالت و ماتریس سیستم
- قطب‌های سیستم های چندمتغیره در ماتریس تابع تبدیل
- صورت اسمیث- مک میلان یک ماتریس تابع تبدیل
- نوعِ سیستم های چندمتغیره خطی
- صفرهای سیستم های چندمتغیره- صفرهای عنصر و صفرهای انتقال
- جهت‌های صفر انتقال در سیستم های چندمتغیره
- یک کاربرد جهت صفر خروجی در سیستم های غیر می نیمم‌فاز
- تعداد صفرهای انتقال
- جایابی صفرهای انتقال

فصل۴: تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل چندمتغیره در حوزه فضای حالت

- کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری سیستم های خطی
- کنترل‌پذیری، رؤیت‌پذیری در توصیف ماتریس سیستم
- کنترل‌پذیری خروجی و کنترل‌پذیری تابعی
- نظریه تحقق در سیستم های چندمتغیره: تحقق های غیر می نیمال و تحقق گیلبرت
- کاهش مرتبه معادلات فضای حالت
- کاهش مرتبه معادلات فضای حالت غیر می نیمال
- کاهش مرتبه معادلات فضای حالت می‌نیمال: روش بُرِش و روش مانده‌گذاری
- انتخاب مرتبه مدل دینامیکی کاهش یافته
- دکوپله‌سازی سیستم های چندمتغیره با فیدبک حالت

فصل۵: پایداری و محدودیت‌های عملکردی در سیستم‌های چندمتغیره

- تحلیل پایداری نامی سیستم های چندمتغیره
- معیار پایداری نایکوئیست تعمیم یافته
- محدودیت‌های عملکردی در حوزه زمان و در حوزه فرکانس

فصل۶: تحلیل پایداری و عملکرد سیستم‌های چندمتغیره نامعین

- مثال‌های توصیفی
- مدل‌سازی سیستم های نامعین چندمتغیره: نامعینی‌های بی‌ساختار و پارامتری
- تحلیل پایداری مقاوم سیستم های چندمتغیره نامعین و پایداری مقاوم برای نامعینی بی‌ساختار
- حاشیه پایداری مقاوم بر اساس نظریه نایکوئیست
- تحلیل عملکرد سیستم های چندمتغیره: تضعیف اثر اغتشاش، ردیابی و تضعیف اثر خطاهای اندازه‌گیری بر پاسخ حلقه بسته
- عملکرد مقاوم

فصل۷: مباحث کلاسیک در طراحی سیستم‌های کنترل چندمتغیره

- مقدمه ای بر طراحی
- انتخاب ورودی و خروجی
- معیارهای ارزیابی انتخاب ورودی و خروجی
- یک مثال عملی: توربین گازی
- انتخاب پیکربندی کنترل: اصول RGA
- ملاحظات پیکربندی کنترل در طراحی سیستم های کنترل غیرمتمرکز
- طراحی کنترل کننده های چندمتغیره به روش حلقه بستن ترتیبی
- طراحی ماتریس های پیش جبران‌ساز برای حل دشواری کنترل

فصل۸: کنترل PI سیستم‌های چندمتغیره

- مقدمه
- طراحی های مبتنی بر ماتریس پاسخ پله‌ی سیستم
- مطالب مقدماتی و فرضیات مساله
- راهکار اول طراحی
- راهکار دوم طراحی
- کنترل کننده های PI چندمتغیره بهره بالا
- طراحی برای سیستم های چندمتغیره منظم
- طراحی برای سیستم های چندمتغیره نامنظم

فصل۹: سیستم‌های چندمتغیره نامربعی: سیستم‌های کنترل با افزونگی در محرک‌ها

- افزونگی در محرک‌ها و کاربردهای آن
- مساله تخصیص کنترل و روش‌های حل آن
- کاربرد رویکرد معکوس مجازی در تخصیص کنترل
- مثال‌های کاربردی

ارزیابی دوره

- تمرینات، و شبیه سازی: ۱۰ نمره
- فعالیت‌ها و کوییزهای در ترم: ۵ نمره
- امتحان پایان ترم: ۵ نمره

مراجع

۱. **تحلیل و طراحی سیستم های کنترل چند متغیره**، علی خاکی صدیق، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، چاپ چهارم ۱۳۹۳.

1. **Multivariable Feedback Control**, S. Skogestad, I. Postlethwaite, Wiley, 2005.
2. **Linear Robust Control**, M. Green, D J N Limebeer, Prentice-Hall, 1995.
3. **Multivariable Control System Design Techniques**, G. F. Bryant, L. F. Yeung, Wiley 1996.
4. **Linear Control System Analysis and Design**, J J Dazzo, C H Houpis, McGraw-Hill, 1988.
5. **Multivariable System Theory and Design**, R V Patel, N Munro, Pergamon Press, 1982.
6. **Multivariable Feedback Design**, J M Maciejowski, Wesley,1989.
7. **Control Configuration Selection in Multivariable Plants**, A. Khaki-Sedigh, B. Moaveni, Springer Verlag, 2009.

- وب سایت درس:

http://saba.kntu.ac.ir/eecd/khakisedigh/Courses/mv/

با امید آرزوی موفقیت